

回転対称性に基づいた幾何曲線による構成

森田克己

1. はじめに

幾何曲線は、美術・デザイン・工芸・建築等の様々な分野において、古くから世界中で具現化されている。それらは、造形的に大変魅力のある存在として位置づけることができる。筆者はこれまで、単純な幾何曲線を用いて、一定のルールを与え、3次元上において様々な形態のバリエーションを生成し、次にそれらを2次元上に変換し、その形態構成において検討を重ねてきた[注1]—[注6]。本稿では、これまでの経緯を踏まえ、構成のための設定において、従来の形態構成のための設定に加え、色彩構成のための設定を加えた新機軸の設定に基づいて幾何曲線による構成について検討する。

2. 構成のための定義

構成のための定義を次の通りとする。

3次元ユークリッド空間 R^3 内の単純閉曲線を C 、そのバリエーションを $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$ その集合を L としたとき、 L を次式で表す。

$$L = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \dots \cup C_k \quad [1]$$

3. 構成のための設定

3.1. 形態構成のための設定

形態構成のための設定を次の通りとする。

3.1.1. 適用する幾何曲線の設定

適用する幾何曲線の種類を次の通りとする。

- (a)外転サイクロイド(epicycloids)
- (b)内転サイクロイド(hypocycloid)
- (c)外転トロコイド(epitrochoid)
- (d)内転トロコイド(hypotrochoid)
- (e)トーラス結び目(torus knot)

(a)~(d)の各2次曲線に対して z 軸方向にサイン関数の方程式を与え生成した3次曲線を形態構成のために適用する。なお、幾何曲線の方程式については、前拙稿[注5]において前述しているため省略する。

3.1.2. 形態構成のための設定

形態構成のための設定を次の通りとする。

- (1)構成はユニットによる構成とする。
- (2)構成の法則としては回転対称を適用する。
- (3)幾何曲線の線の太さは一定とする。

3.1.3. 形態構成のための表示

形態構成の表示は次の通りとする。

- (1)幾何曲線のユニットと全体の構成の表示

幾何曲線のユニットと全体構成の表示を平面図によって表示する。

- (2)形態構成の定量的表示

形態構成の定量的表示は、幾何曲線の構成数と軸に対する回転角度によって表示する。例えば、幾何曲線 A を

用い、構成数が5，回転角度が30°(無理数の場合，小数点第3位を四捨五入)の場合，(b)(5，30°)と表示する。

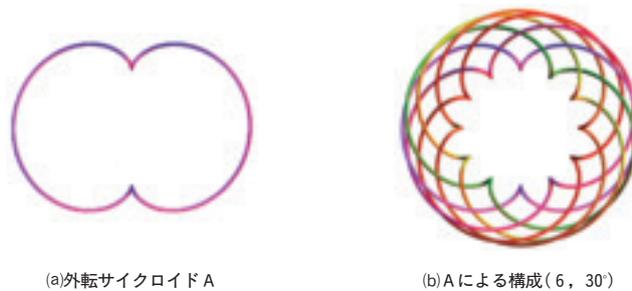
3.2. 色彩構成のための設定

色彩構成のための配色の設定は次の通りとする。

- (1)類似色相による配色
- (2)色相のグラデーションによる配色
- (3)対照色相による配色

4. 幾何曲線による構成

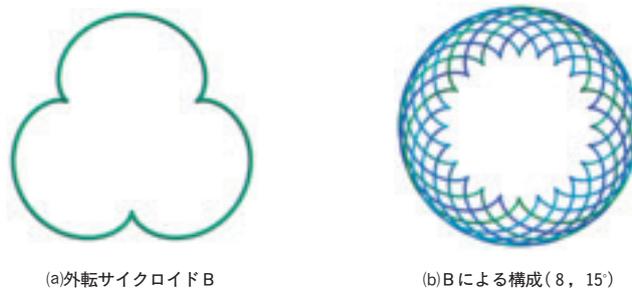
幾何曲線による構成のための設定に基づき，生成した構成例を図1～図35に示す。



(a)外転サイクロイドA

(b)Aによる構成(6, 30°)

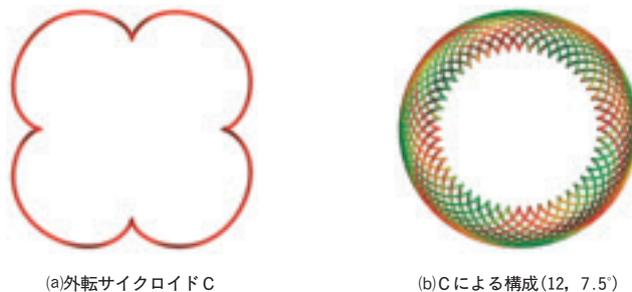
図1 外転サイクロイドAを用いた構成



(a)外転サイクロイドB

(b)Bによる構成(8, 15°)

図2 外転サイクロイドBを用いた構成



(a)外転サイクロイドC

(b)Cによる構成(12, 7.5°)

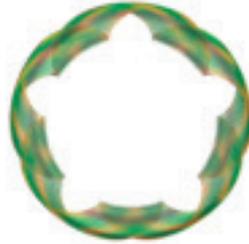
図3 外転サイクロイドCを用いた構成



(a)外転サイクロイドD



(b)Dによる構成1 (10, 7.2°)

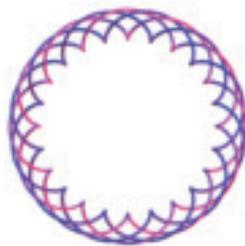


(c)Dによる構成2 (20, 7.2°)

図4 外転サイクロイドDを用いた構成



(a)外転サイクロイドE

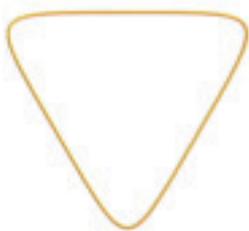


(b)Eによる構成1 (6, 15°)

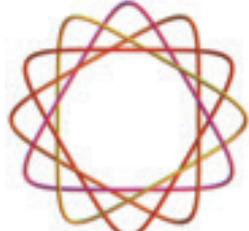


(c)Eによる構成2 (8, 7.5°)

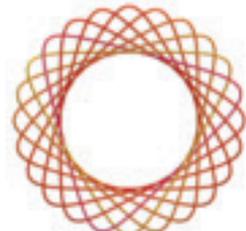
図5 外転サイクロイドEを用いた構成



(a)内転サイクロイドA

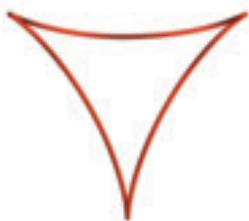


(b)Aによる構成1 (4, 30°)



(c)Aによる構成2 (8, 15°)

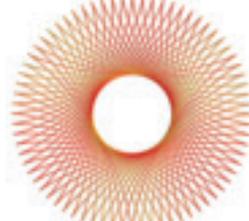
図6 内転サイクロイドAを用いた構成



(a)内転サイクロイドB

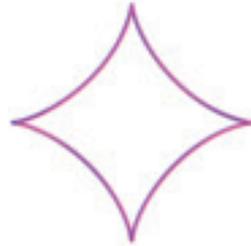


(b)Bによる構成1 (8, 15°)

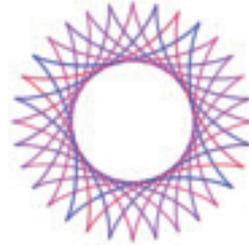


(c)Bによる構成2 (24, 5°)

図7 内転サイクロイドBを用いた構成

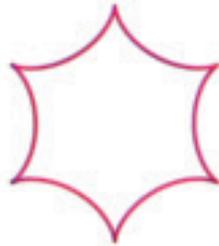


(a)内転サイクロイドC

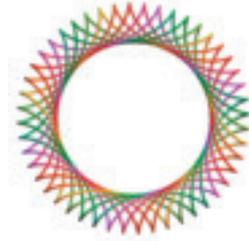


(b)Cによる構成(8, 11.25°)

図8 内転サイクロイドCを用いた構成

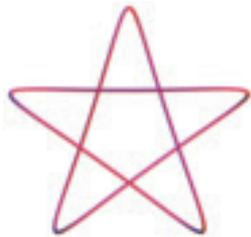


(a)内転サイクロイドD

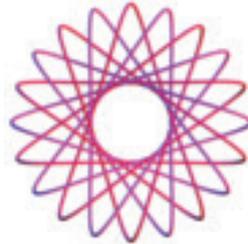


(b)Dによる構成(9, 7.5°)

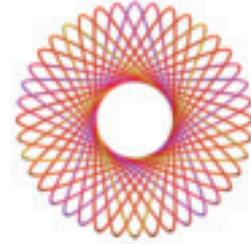
図9 内転サイクロイドDを用いた構成



(a)内転サイクロイドE

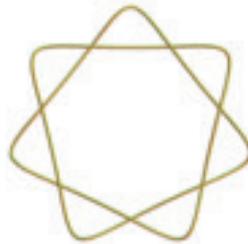


(b)Eによる構成1(4, 18°)



(c)Eによる構成2(8, 9°)

図10 内転サイクロイドEを用いた構成

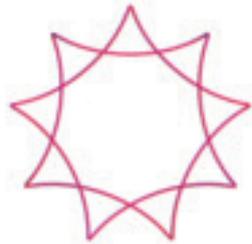


(a)内転サイクロイドF

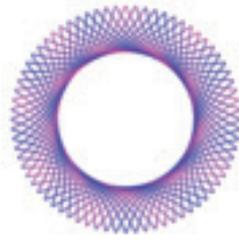


(b)Fによる構成(10, 5°)

図11 内転サイクロイドFを用いた構成

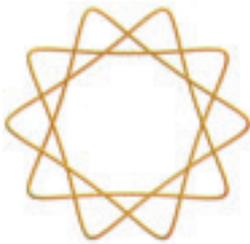


(a)内転サイクロイドG

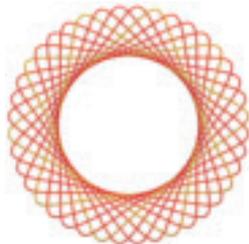


(b)Gによる構成(8, 5°)

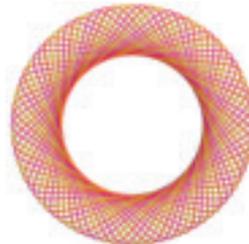
図12 内転サイクロイドGを用いた構成



(a)内転サイクロイドH

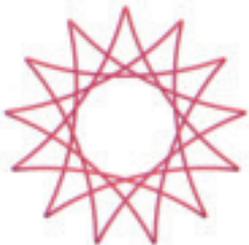


(b)Hによる構成1(4, 9°)

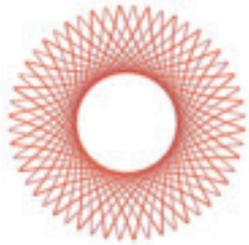


(c)Hによる構成2(11, 4.5°)

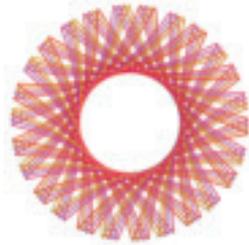
図13 内転サイクロイドHを用いた構成



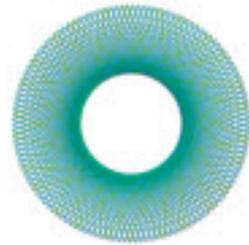
(a)内転サイクロイドI



(b)Iによる構成1(4, 6.92°)

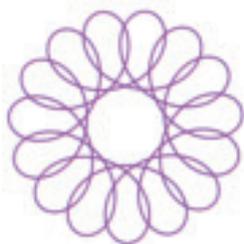


(c)Iによる構成2(8, 15°)



(d)Iによる構成3(10, 2.77°)

図14 内転サイクロイドIを用いた構成

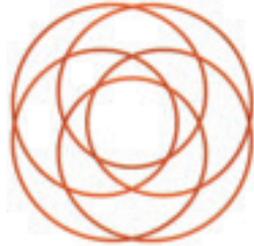


(a)内転サイクロイドJ

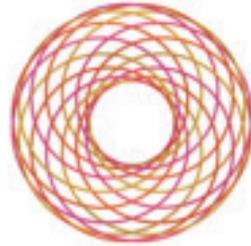


(b)Jによる構成(7, 6.92°)

図15 内転サイクロイドJを用いた構成



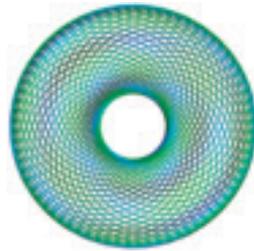
(a)外転トロコイドA



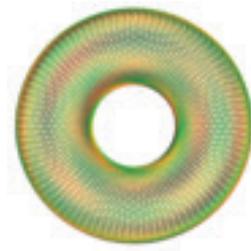
(b)Aによる構成1(3, 30°)



(c)Aによる構成2(4, 7.5°)

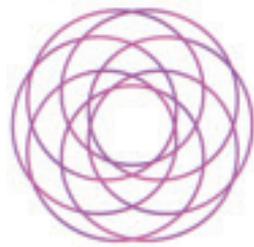


(d)Aによる構成3(9, 10°)

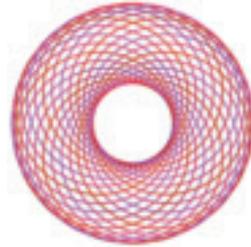


(e)Aによる構成4(12, 7.5°)

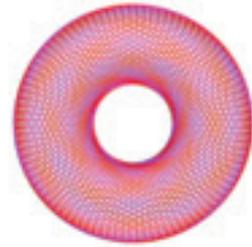
図16 外転トロコイドAを用いた構成



(a)外転トロコイドB

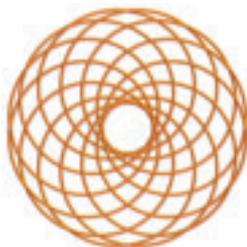


(b)Bによる構成1(4, 15°)



(c)Bによる構成2(8, 7.5°)

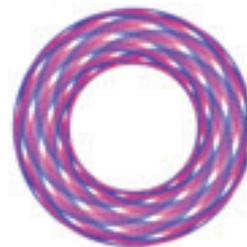
図17 外転トロコイドBを用いた構成



(a)外転トロコイドC



(b)Cによる構成1[4, 7.5]

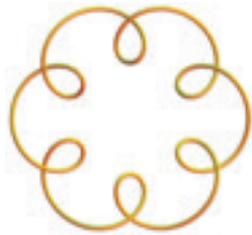


(c)Cによる構成2(6, 5°)

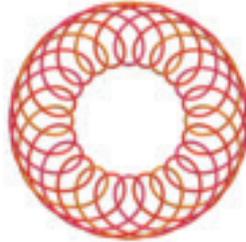


(d)Cによる構成3(7, 5°)

図18 外転トロコイドCを用いた構成

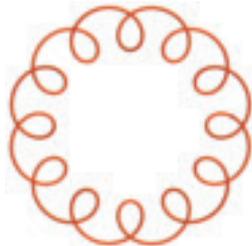


(a)外転トロコイドD

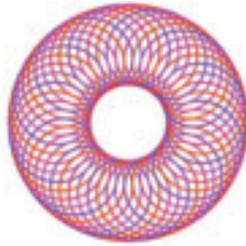


(b)Dによる構成(4, 15°)

図19 外転トロコイドDを用いた構成

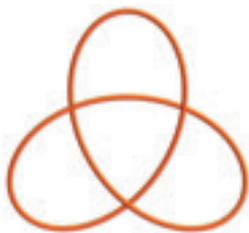


(a)外転トロコイドE

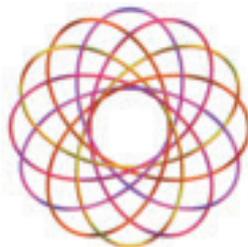


(b)Eによる構成(4, 7.5°)

図20 外転トロコイドEを用いた構成



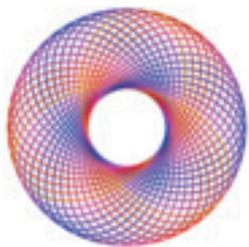
(a)内転トロコイドA



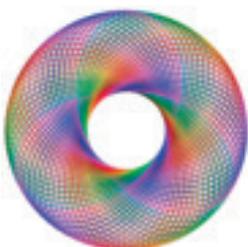
(b)Aによる構成1(4, 30°)



(c)Aによる構成2(16, 5°)

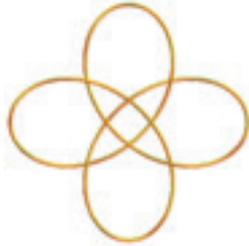


(d)Aによる構成3(16, 7.5°)

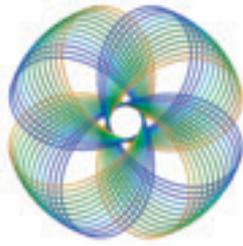


(e)Aによる構成4(24, 5°)

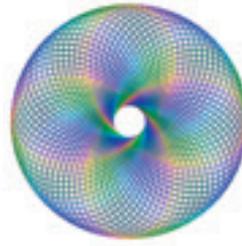
図21 内転トロコイドAを用いた構成



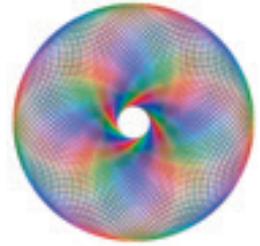
(a)内転トロコイドB



(b)Bによる構成1 (12, 5°)

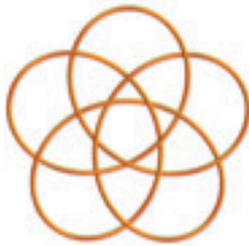


(c)Bによる構成2 (18, 5°)

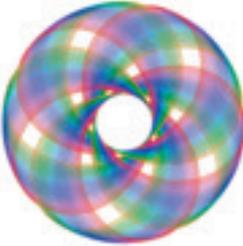


(d)Bによる構成3 (24, 3.75°)

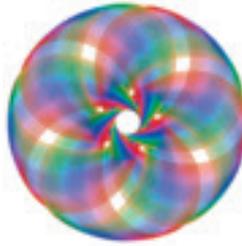
図22 内転トロコイドBを用いた構成



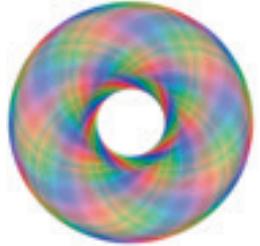
(a)内転トロコイドC



(b)Cによる構成1 (22, 2.5°)

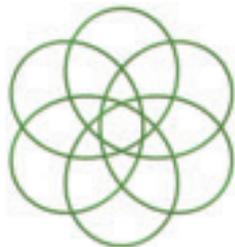


(c)Cによる構成2 (24, 2.5°)

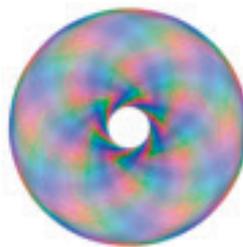


(d)Cによる構成3 (29, 2.5°)

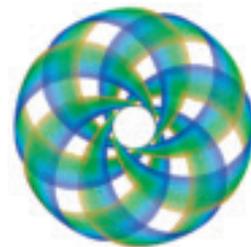
図23 内転トロコイドCを用いた構成



(a)内転トロコイドD

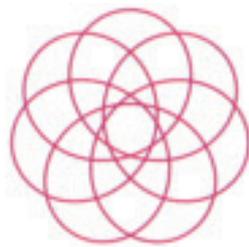


(b)Dによる構成1 (29, 2.5°)

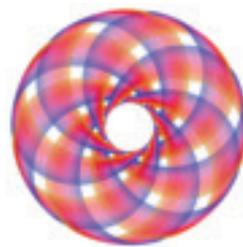


(c)Dによる構成2 (30, 1.25°)

図24 内転トロコイドDを用いた構成

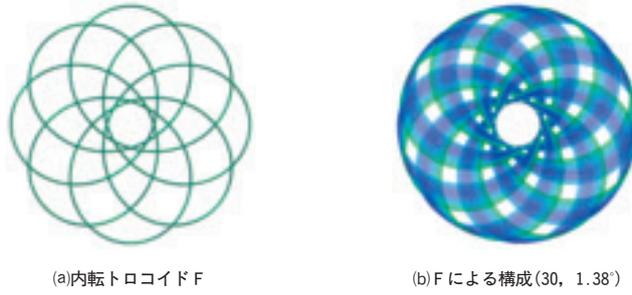


(a)内転トロコイドE



(b)Eによる構成(36, 1.25°)

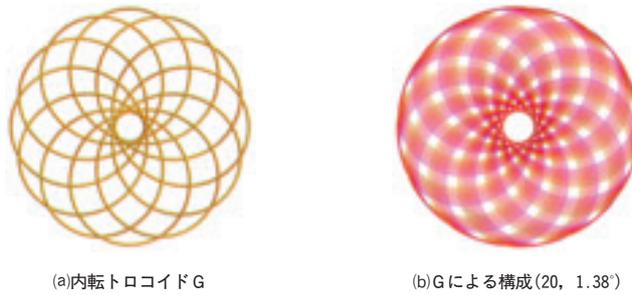
図25 内転トロコイドEを用いた構成



(a)内転トロコイド F

(b)Fによる構成(30, 1.38°)

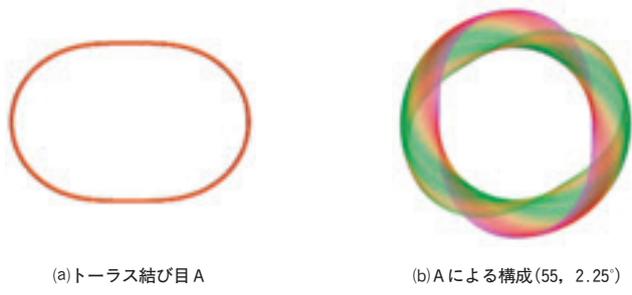
図 26 内転トロコイド F を用いた構成



(a)内転トロコイド G

(b)Gによる構成(20, 1.38°)

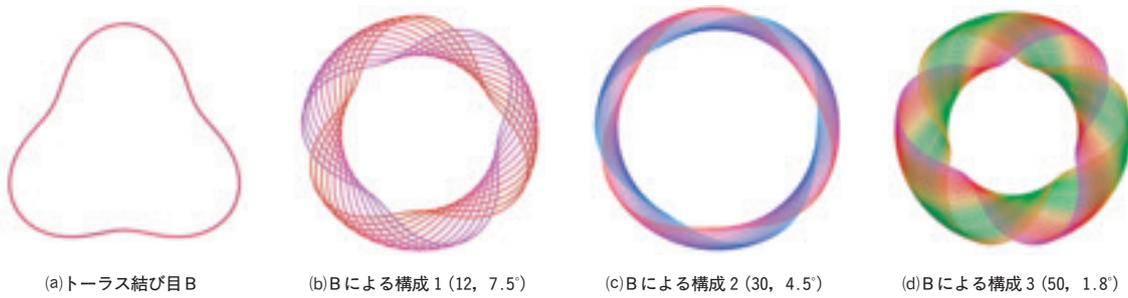
図 27 内転トロコイド G を用いた構成



(a)トールス結び目 A

(b)Aによる構成(55, 2.25°)

図 28 トールス結び目 A を用いた構成



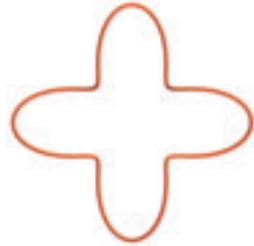
(a)トールス結び目 B

(b)Bによる構成 1 (12, 7.5°)

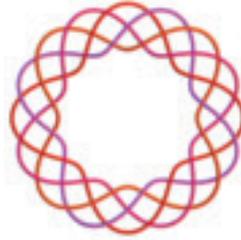
(c)Bによる構成 2 (30, 4.5°)

(d)Bによる構成 3 (50, 1.8°)

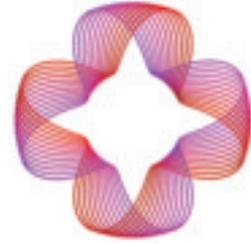
図 29 トールス結び目 B を用いた構成



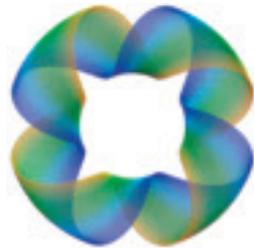
(a) トーラス結び目 C



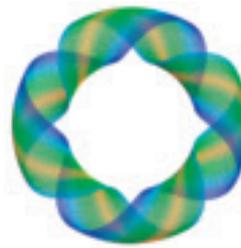
(b) C による構成 1 (4, 30°)



(c) C による構成 2 (12, 3.75°)

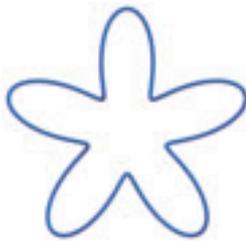


(d) C による構成 3 (30, 1.8°)

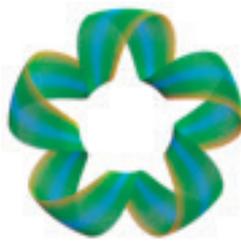


(e) C による構成 4 (50, 1.2°)

図 30 トーラス結び目 C を用いた構成



(a) トーラス結び目 D



(b) D による構成 1 (35, 1.8°)

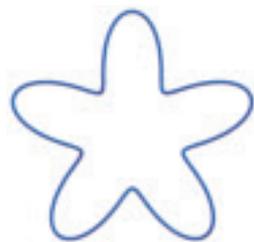


(c) D による構成 2 (35, 1.6°)

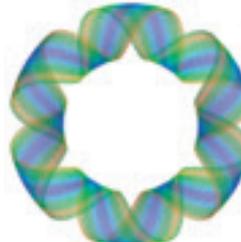


(d) D による構成 3 (40, 1.08°)

図 31 トーラス結び目 D を用いた構成



(a) トーラス結び目 E

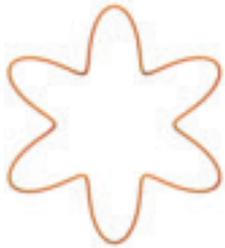


(b) E による構成 1 (35, 1.08°)



(c) E による構成 2 (40, 1.2°)

図 32 トーラス結び目 E を用いた構成



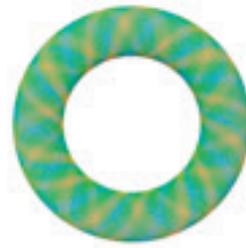
(a) トーラス結び目 F



(b) F による構成 1 ($45, 0.76^\circ$)

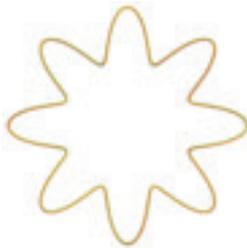


(c) F による構成 2 ($55, 0.7^\circ$)



(d) F による構成 3 ($70, 0.74^\circ$)

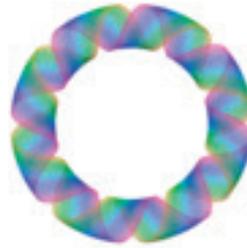
図 33 トーラス結び目 F を用いた構成



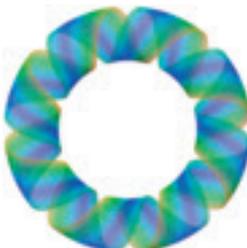
(a) トーラス結び目 G



(b) G による構成 1 ($45, 0.7^\circ$)



(c) G による構成 2 ($45, 0.72^\circ$)



(d) G による構成 3 ($45, 0.72^\circ$)



(e) G による構成 4 ($60, 0.51^\circ$)

図 34 トーラス結び目 G を用いた構成

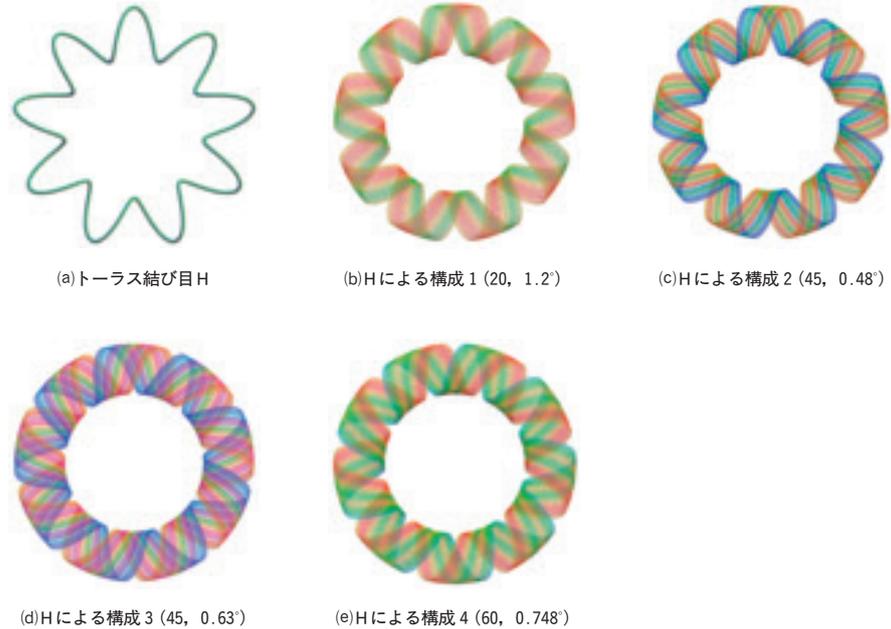


図35 トーラス結び目Hを用いた構成

(1)外転サイクロイドを用いた構成

外転サイクロイドを用いた構成を図1～図5に示す。

図1においては、外転サイクロイドAを6個用い、回転角度を 30° とし、対照色相による配色で構成した例を図bに示す。

図2においては、外転サイクロイドBを8個用い、回転角度を 15° とし、類似色相による配色で構成した例を図bに示す。

図3においては、外転サイクロイドCを12個用い、回転角度を 7.5° とし、対照色相による配色で構成した例を図bに示す。

図4においては、外転サイクロイドDを10個用い、回転角度を 7.2° とし、類似色相による配色で構成した例を図bに、Dを20個用い、回転角度を 7.2° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図cに示す。

図5においては、外転サイクロイドEを6個用い、回転角度を 15° とし、類似色相による配色で構成した例を図bに、Eを8個用い、回転角度を 7.5° とし、類似色相による配色で構成した例を図cに示す。

(2)内転サイクロイドを用いた構成

内転サイクロイドを用いた構成を図6～図15に示す。

図6においては、内転サイクロイドAを4個用い、回転角度を 30° とし、類似色相による配色で構成した例を図bに、Aを8個用い、回転角度を 15° とし、類似色相による配色で構成した例を図cに示す。

図7においては、内転サイクロイドBを8個用い、回転角度を 15° とし、類似色相による配色で構成した例を図bに、Bを24個用い、回転角度を 5° とし、類似色相による配色で構成した例を図cに示す。

図8においては、内転サイクロイドCを8個用い、回転角度を 11.25° とし、類似色相による配色で構成した例を図bに示す。

図9においては、内転サイクロイドDを9個用い、回転角度を 7.5° とし、対照色相による配色で構成した例を図bに示す。

図10～図14は星型正多角形に基づいて生成した内転サイクロイドを応用した例である。

図10においては、星型正五角形に基づいて生成した内転サイクロイドEを4個用い、回転角度を 18° とし、類似色相による配色で構成した例を図bに、Eを8個用い、回転角度を 9° とし、類似色相による配色で構成した例を図cに示す。

図 11 においては、星型正七角形に基づいて生成した内転サイクロイド F を 10 個用い、回転角度を 5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に示す。

図 12 においては、星型正九角形に基づいて生成した内転サイクロイド G を 8 個用い、回転角度を 5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に示す。

図 13 においては、星型正十角形に基づいて生成した内転サイクロイド H を 4 個用い、回転角度を 9° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、H を 11 個用い、回転角度 4.5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 c に示す、

図 14 においては、星型正十三角形に基づいて生成した内転サイクロイド I を 4 個用い、回転角度を 6.92° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、I を 8 個用い、回転角度 15° とし、類似色相による配色で構成した例を図 c に、I を 10 個用い、回転角度 2.77° とし、類似色相による配色で構成した例を図 d に示す。

図 15 においては、定数値を変更し生成した内転サイクロイドを応用したバリエーションの例である。内転サイクロイド J を 7 個用い、回転角度を 6.92° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に示す。

(3)外転トロコイドを用いた構成

外転トロコイドを用いた構成を図 16～図 20 に示す。

図 16 においては、内転サイクロイド A を 3 個用い、回転角度を 30° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、A を 4 個用い、回転角度 7.5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 c に、A を 9 個用い、回転角度を 10° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を d で、A を 12 個用い、回転角度 7.5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 e に示す。

図 17 においては、内転サイクロイド b を 4 個用い、回転角度を 15° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、B を 8 個用い、回転角度 7.5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 c に示す。

図 18 においては、内転サイクロイド C を 4 個用い、回転角度を 7.5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、C を 6 個用い、回転角度 5° とし、対照色相による配色で構成した例を図 c に、C を 7 個用い、回転角度 5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 d に示す。

図 19 と図 20 は、定数値を変更し生成した外転トロコイドのバリエーションの例である。

図 19 においては、外転トロコイド D を 4 個用い、回転角度を 15° とし、類似色相の配色で構成した例を図 b に示す。

図 20 においては、外転トロコイド E を 4 個用い、回転角度 7.5° とし、類似色相の配色で構成した例を図 b に示す。

(4)内転トロコイドを用いた構成

内転トロコイドを用いた構成を図 21～図 27 に示す。

図 21 においては、内転トロコイド A を 4 個用い、回転角度を 30° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、A を 16 個用い、回転角度 5° とし、対照色相による配色で構成した例を図 c に、A を 16 個用い、回転角度 7.5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に、A を 24 個用い、回転角度を 5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 e に示す。

図 22 においては、内転トロコイド B を 12 個用い、回転角度を 5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、B を 18 個用い、回転角度 5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に、B を 24 個用い、回転角度 3.75° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に示す。

図 23 においては、内転トロコイド C を 22 個用い、回転角度を 2.5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に、C を 24 個用い、回転角度 2.5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に、C を 29 個用い、回転角度 2.5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に示す。

図 24 においては、内転トロコイド D を 29 個用い、回転角度を 2.5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に、D を 30 個用い、回転角度 1.25° とし、類似色相による配色で構成した例を図 c に示す。

図 25 においては、内転トロコイド E を 36 個用い、回転角度を 1.25° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に示す。

図 26 においては、内転トロコイド F を 30 個用い、回転角度を 1.38° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に示す。

図 27 においては、内転トロコイド G を 20 個用い、回転角度を 1.38° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に示す。

(5) トーラス結び目を用いた構成

トーラス結び目を用いた構成を図 28～図 35 に示す。

図 28 においては、トーラス結び目 A を 55 個用い、回転角度を 2.25° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に示す。

図 29 においては、トーラス結び目 B を 12 個用い、回転角度を 7.5° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、B を 30 個用い、回転角度を 4.5° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に、B を 50 個用い、回転角度を 1.8° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に示す。

図 30 においては、トーラス結び目 C を 4 個用い、回転角度を 30° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、C を 12 個用い、回転角度を 3.75° とし、類似色相による配色で構成した例を図 c に、C を 30 個用い、回転角度を 1.8° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に、C を 50 個用い、回転角度を 1.2° とし、色相のグラデーションの配色で構成した例を図 e に示す。

図 31 においては、トーラス結び目 D を 35 個用い、回転角度を 1.8° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に、D を 35 個用い、回転角度を 1.6° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に、D を 40 個用い、回転角度を 1.08° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に示す。

図 32 においては、トーラス結び目 E を 35 個用い、回転角度を 1.08° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に、E を 40 個用い、回転角度を 1.2° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に示す。

図 33 においては、トーラス結び目 F を 45 個用い、回転角度を 0.76° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に、F を 55 個用い、回転角度を 0.7° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に、F を 70 個用い、回転角度を 0.74° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に示す。

図 34 においては、トーラス結び目 G を 45 個用い、回転角度を 0.7° とし、類似色相による配色で構成した例を図 b に、G を 45 個用い、回転角度を 0.72° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に、G を 45 個用い、回転角度を 0.72° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に、G を 60 個用い、回転角度を 0.51° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 e に示す。

図 35 においては、トーラス結び目 H を 20 個用い、回転角度を 1.2° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 b に、H を 45 個用い、回転角度を 0.48° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 c に、H を 45 個用い、回転角度を 0.63° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 d に、H を 60 個用い、回転角度を 0.748° とし、色相のグラデーションによる配色で構成した例を図 e に示す。

5. 結果

新基軸の設定に基づいて、幾何曲線を用いた構成のバリエーションを生成した。

その結果について次の通りにまとめることができる。

(1) 形態構成における分類

形態構成において、適用した各幾何曲線の種類と構成のバリエーションについて次の通り分類できる。

(a) 外転サイクロイドを用いた構成

5 種類の幾何曲線のバリエーションに基づき、7 パターンの構成のバリエーションを生成した。

(b) 内転サイクロイドを用いた構成

10 種類の幾何曲線のバリエーションに基づき、16 パターンの構成のバリエーションを生成した。

(c) 外転トロコイドを用いた構成

5種類の幾何曲線のバリエーションに基づき、11パターンの構成のバリエーションを生成した。

(d)内転トロコイドを用いた構成

7種類の幾何曲線のバリエーションに基づき、15パターンの構成のバリエーションを生成した。

(e)トラス結び目を用いた構成

8種類の幾何曲線のバリエーションに基づき、24パターンの構成のバリエーションを生成した。

結果的には、5種類の幾何曲線から生成した35種類の幾何曲線のバリエーションに基づき73パターンの構成のバリエーションを生成した。

(2)色彩構成における分類

色彩構成において、適用した配色の分類を次の通り分類できる。

(a)類似色相による配色

類似色相による配色においては、36パターンの構成のバリエーションを生成した。

(b)色相のグラデーションによる配色

色相のグラデーションによる配色においては、32パターンの構成のバリエーションを生成した。

(c)対照色相による配色

対照色相による配色においては、5パターンの構成のバリエーションを生成した。

6. まとめ

本稿では、形態構成の観点と色彩構成の観点から幾何曲線を用いた構成のバリエーションを生成した。その結果について、次のようにまとめることができる。

(1)形態構成におけるまとめ

形態構成においては、5種類の幾何曲線を用い、各曲線のバリエーションを生成し、それに基づいて73種類の構成のバリエーションを生成した。単純な形態に基づいて回転対称の法則を適用することで様々なバリエーションを生成することができた。本稿における試行は、単純な形態を用い複雑な構成のバリエーションを生成する手法として有効と思われる。

(2)色彩構成におけるまとめ

色彩構成においては、類似色相・色相のグラデーション・対照色相による配色により形態構成に適用させた。色彩構成の観点からは、配色について、任意に決定したが、今後、同じ構成で異なる配色による構成のバリエーションを比較検討することも考えられる。

(3)全体のまとめ

形態構成と色彩構成の観点から構成のバリエーションを生成したが、両者の設定を適用することで、構成上多くのバリエーションを生成することができた。今後、形態構成上の設定と色彩構成上の設定の相関についてさらに追求することとしたい。

7. 参考文献

- [1]森田克己,「結び目による連続パターンの生成」,形の科学会誌, Vol 20, No 2, (2005), pp.196-197
- [2]Katsumi MORITA, "Shapes of Knot Patterns", Forma, 22, (2007), pp. 75-91
- [3]森田克己,「結び目理論に基づいたトラスによる絡み目パターンの生成」,デザインシンポジウム 2008 講演論文集, pp. 253-258
- [4]森田克己,「結び目の造形」,札幌大谷大学・札幌大谷大学短期大学部紀要第41号, (2011), pp.113-120
- [5]森田克己,「テープによる結び目の造形」,札幌大谷大学・札幌大谷大学短期大学部紀要第4号, (2012), pp.83-96

- [6] 森田克己, 「1. 図形の基礎 幾何曲線ペンダント」, かたち創造の百科事典編集委員会編, 『かたち創造の百科事典』, 丸善出版, (2012), pp.14-15
- [7] 小林道正, 「Mathematica による関数グラフィックス」, 森北出版, (1997)
- [8] 日本図学会, 「図学用語辞典」, 森北出版, (2009)