# テープによる結び目の造形

森田克己

## 1.はじめに

結び目は，簡単に言えば，３次元空間上で紐を結んだものである。その研究については，位相幾何学における結び目理論において，例えば，C.C. アダムス，W.B.R. リコッシュ，村上らによって多くの事例が紹介されてきた[注1][注2][注3][注4]。一方，結び目を造形的な視点から見れば，その形態は大いに魅力的な存在として考えることができる。筆者は，結び目の形態と構造の関係性について注目し，様々な２次曲線を用い，３次曲線に変換し，３次元上で生成した様々な結び目のバリエーションを２次元に変換し，その関係性について追求してきた[注5][注6][注7]。さらに前拙稿「結び目の造形」[注8]では，それまで扱ってきた２次曲線の種類を整理し，新たに曲面を加え，３次元における結び目の形態と構造の関係性について造形的に検討した。本稿は，以上の経緯を踏まえ，今迄，紐を用い結び目の造形性について扱ってきたが，新たな視点として，テープを用い，様々な幾何曲線を適用し，結び目の造形性について追求した。

## 2.結び目生成のための基本設定

結び目生成のための基本設定を次の通りとする。

### 2.1.結び目の形状

生成する結び目の形状は，次の通りとする。

⑴チューブ形状

⑵テープ形状

今まで，生成してきたチューブ形状に対しテープ形状を加え，両者の形状を比較検討することとする。

### 2.2.結び目の種類

生成する結び目の種類は，構造的な及び形態上の観点から次のように分類する。

⑴構造的観点における結び目の種類

構造的観点における結び目の種類は，上下が交互に入れ代わる，いわゆる交代結び目を基本型とする。

⑵形態上における結び目の種類

形態上における結び目の種類については，次の幾何曲線を適用することとする。

⒜外転サイクロイド（epicycloid）
⒝内転サイクロイド（hypocycloid）
⒞外転トロコイド（epitrochoid）
⒟内転トロコイド（hypotrochoid）
⒠リサージュ曲線（lissajous curve）
⒡トーラス結び目（torus knot）

### 2.3.幾何曲線の方程式

結び目を生成するための幾何曲線の方程式を以下に示す[注9]。

⑴外転サイクロイドを適用した場合

外転サイクロイドの方程式を次式で示す。

$$x=(a+b)\cos t-b\cos(a+b)t/b$$
$$y=(a+b)\sin t-b\sin(a+b)t/b \qquad (1)$$

式(1)に対し，z 軸方向に次式を加え式(3)を作成した。式(3)は 3 次曲線を示す。

$$z=m\sin nt \qquad (2)$$

$$x=(a+b)\cos t-b\cos(a+b)t/b$$
$$y=(a+b)\sin t-b\sin(a+b)t/b$$
$$z=m\sin nt \qquad (3)$$

a，b はそれぞれ大円と小円の半径，n は z 軸方向の周期値を示す。以下，式(4)から式(8)においては，z 軸方向における方程式は全て式(2)を適用する。

(2)内転サイクロイドを適用した場合

内転サイクロイドを適用した 3 次曲線の方程式を次式で示す。

$$x=(a-b)\cos t+b\cos(a-b)t/b$$
$$y=(a-b)\sin t-b\sin(a-b)t/b$$
$$z=m\sin nt \qquad (4)$$

(3)外転トロコイドを適用した場合

外転トロコイドを適用した 3 次曲線の方程式を次式で示す。

$$x=(a+b)\cos t-c\cos(a+b)t/b$$
$$y=(a+b)\sin t-c\sin(a+b)t/b$$
$$z=m\sin nt \qquad (5)$$

(4)内転トロコイドを適用した場合

内転トロコイドを適用した 3 次曲線の方程式を次式で示す。

$$x=(a-b)\cos t+c\cos(a-b)t/b$$
$$y=(a-b)\sin t-c\sin(a-b)t/b$$
$$z=m\sin nt \qquad (6)$$

(5)リサージュ曲線(lissajous curve)

リサージュ曲線を適用した 3 次曲線の方程式を次式で示す。

$$x=a\sin lt$$
$$y=b\cos st$$
$$z=m\sin nt \qquad (7)$$

(6)トーラス結び目(torus knot)

トーラスの面に交点ができないように絡みつく結び目をトーラス結び目という。トーラス結び目の方程式を次式で示す。

$$x=(a+b\cos ct)\cos dt$$
$$y=(a+b\cos ct)\sin dt$$
$$z=m\sin nt \tag{8}$$

### 2.4.結び目を定量化のための表示

結び目を定量化するための表示を，その結び目の交点数によって示す。

## 3.結び目の生成

結び目の設定に従い，結び目のバリエーションの生成をした。各図において，結び目の交点数を表示する。また，全ての図において，左図にチューブ形状の結び目を，右図にテープ形状の結び目を配置した。

図１～図４では外転サイクロイドを適用し，交点数を各３，８，15，21 に設定した。図５～図８では内転サイクロイドを適用し，交点数を各５，14，22，39 に設定した。図９～図 12 では外転トロコイドを適用し，交点数を９，12，16，21 に設定した。図 13～図 16 では，内転トロコイドを適用し，交点数を３，８，15，24 に設定した。図 17～図 20 ではリサージュ曲線を適用し，各交点数を７，13，19，22 に設定した。図 21～24 ではトーラスを適用し，交点数を各４，８，10，16 に設定した。

図１　外転サイクロイドを適用した結び目１　交点数：３

図２　外転サイクロイドを適用した結び目２　交点数：８

図３　外転サイクロイドを適用した結び目３　交点数：15

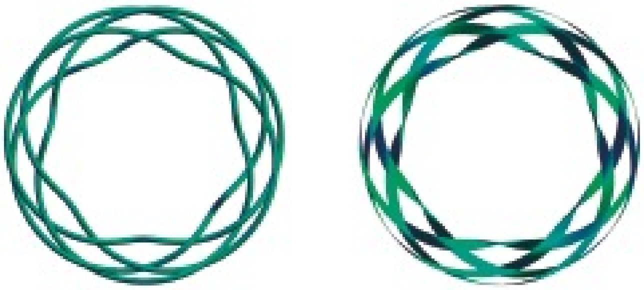

図 4　外転サイクロイドを適用した結び目 4　交点数：21

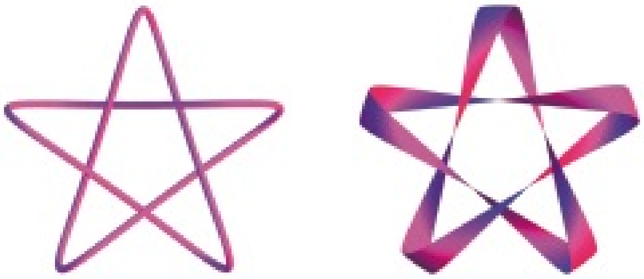

図 5　内転サイクロイドを適用した結び目 1　交点数： 5

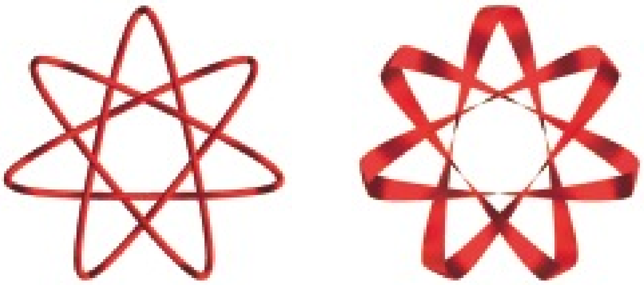

図 6　内転サイクロイドを適用した結び目 2　交点数：14

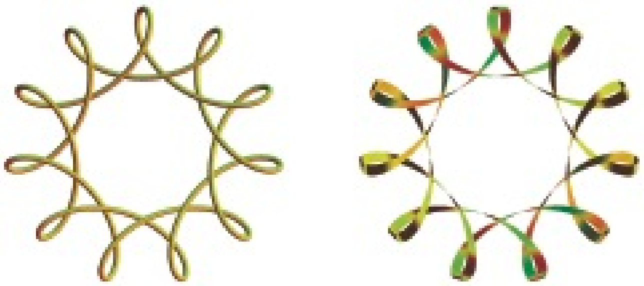

図 7　内転サイクロイドを適用した結び目 3　交点数：22

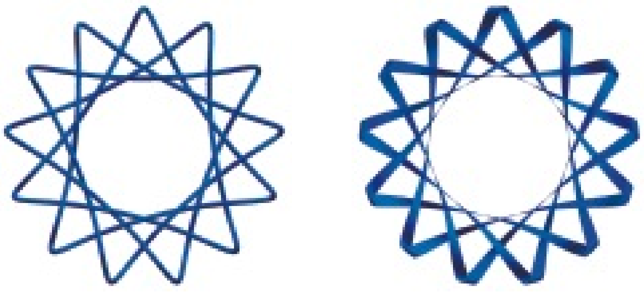

図 8　内転サイクロイドを適用した結び目 4　交点数：39

図 9　外転トロコイドを適用した結び目 1　交点数：9

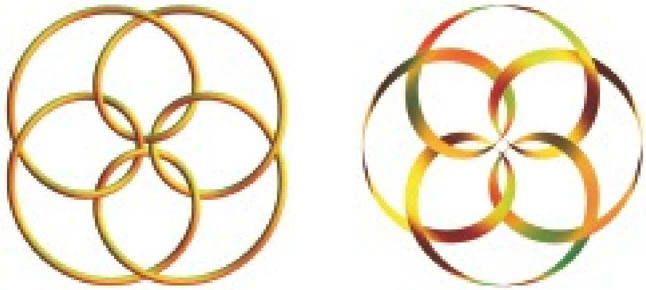

図 10　外転トロコイドを適用した結び目 2　交点数：12

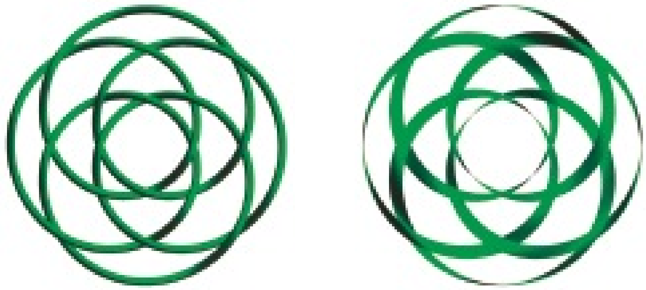

図 11　外転トロコイドを適用した結び目 3　交点数：16

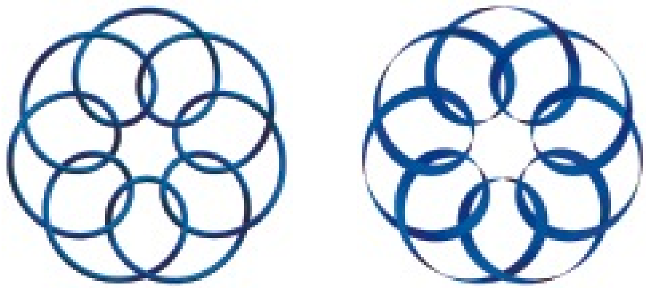

図 12　外転トロコイドを適用した結び目 4　交点数：21

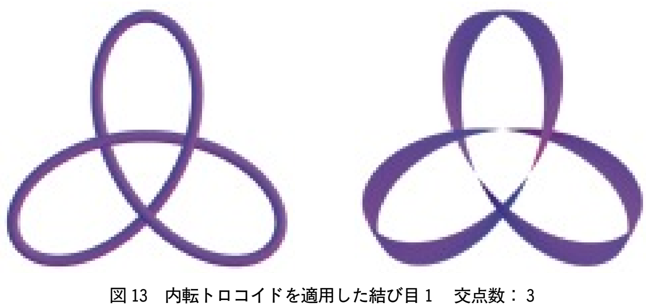

図 13　内転トロコイドを適用した結び目 1　交点数：3

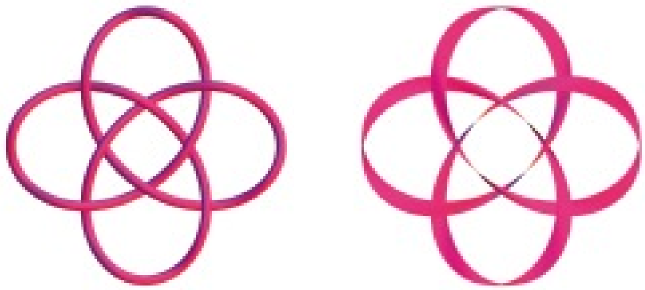

図 14　内転トロコイドを適用した結び目 2　交点数：8

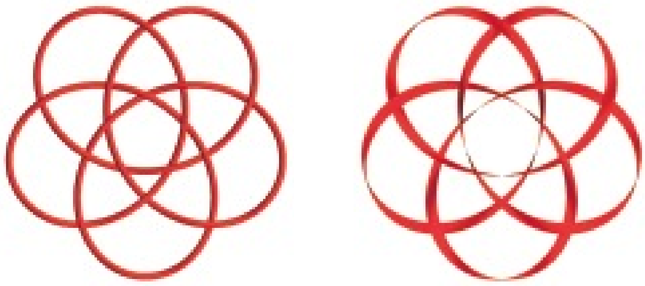

図 15　内転トロコイドを適用した結び目 3　交点数：15

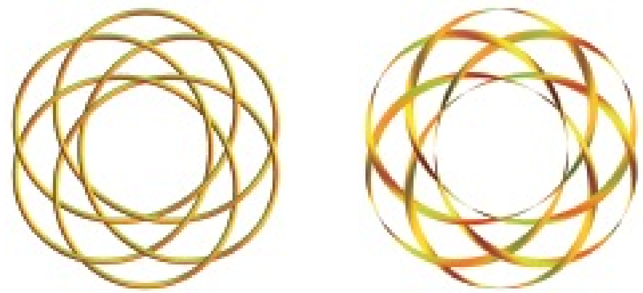

図 16　内転トロコイドを適用した結び目 4　交点数：24

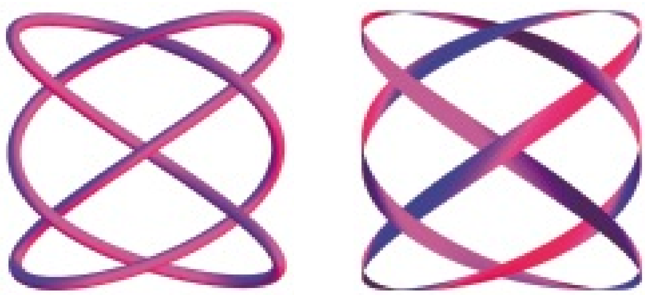

図 17　リサージュ曲線を適用した結び目 1　交点数：7

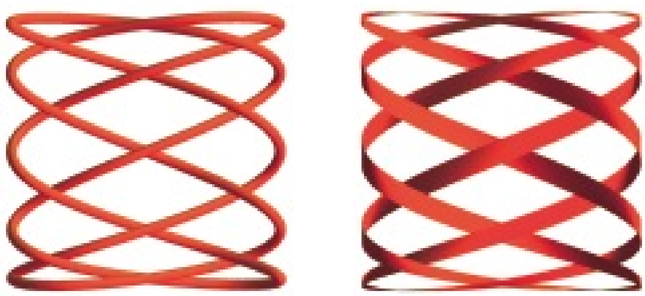

図 18　リサージュ曲線を適用した結び目 2　交点数：13

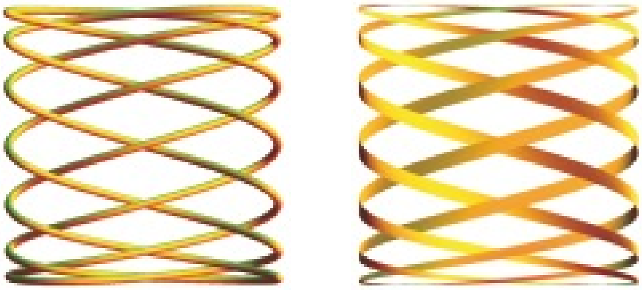

図 19　リサージュ曲線を適用した結び目 3　交点数：19

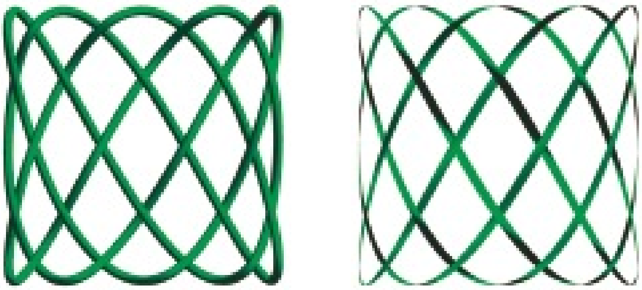

図 20　リサージュ曲線を適用した結び目 4　交点数：22

図 21　トーラスを適用した結び目 1　交点数： 4

図 22　トーラスを適用した結び目 2　交点数： 8

図 23　トーラスを適用した結び目 3　交点数：10

図 24　トーラスを適用した結び目 4　交点数：16

## 4．まとめ

幾何曲線を用い，チューブ形状と対応させテープ形状の結び目のバリエーションを生成した。その結果を次にまとめる。

⑴チューブ形状の結び目においては，チューブの直径値の設定により，その形態のバリエーションを生成した。
⑵テープ形状の結び目においては，テープ幅の設定により，その形態のバリエーションを生成した。
⑶テープ形状の結び目においては，テープをひねりながら回転させることにより独自の形態を生成することができた。

## 5．参考文献


[ 1 ]W.B.R. リコッシュ，〝結び目理論概説〞，シュプリンガー・ファラーク東京株式会社，(2000)
[ 2 ]C.C. アダムス，〝結び目の数学　結び目理論への初等的入門〞，倍風館，(1998)
[ 3 ]村上順，〝結び目と量子群〞，朝倉書店，(2000)
[ 4 ]落合豊行・山田修司・豊田英美子，〝コンピュータによる結び目理論入門〞，牧野書店(1996)
[ 5 ]森田克己，〝結び目による連続パターンの生成〞，形の科学会誌，Vol 20，No 2，(2005)，pp.196-197
[ 6 ]Katsumi MORITA，〝Shapes of Knot Patterns〞，Forma，22，(2007)，pp.75-91
[ 7 ]森田克己，〝結び目理論に基づいたトーラスによる絡み目パターンの生成〞，デザインシンポジウム 2008 講演論文集 pp. 253-258
[ 8 ]森田克己，〝結び目の造形〞，札幌大谷大学・札幌大谷大学短期大学部紀要第 41 号，(2011)，pp.113-120
[ 9 ]小林道正，〝Mathematica による関数グラフィックス〞，森北出版，(1997)，pp.154-155